

KONKURS MATEMATYCZNY POWIATOWY

MISTRZ MATEMATYKI 23 LUTEGO 2011 r.

POZIOM ROZSZERZONY

GODZINA: 10.00

CZAS TRWANIA KONKURSU: 170 MINUT

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Zad1.(1pkt) Wartość wyrażenia $\sqrt{\left((1-\sqrt{3})\right)^2} + \sqrt{\left((1+\sqrt{3})\right)^2}$ jest równa:

- A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. $-2\sqrt{3}$ D. -2

Zad2. (1pkt) Liczba y to 120% liczby x. Wynika stąd, że :

- A. $y = x+0,2$ B. $x = y-0,2$ C. $y = x+0,2x$ D. $x = y-0,2y$

Zad3.(1pkt) Liczba $\log 24$ jest równa :

- A. $2 \log 2 + \log 20$ B. $\log 30 - \log 6$ C. $2 \log 6 - \log 12$ D. $\log 6 + 2 \log 2$

Zad4.(1pkt) Jeśli $a = \sqrt[3]{27}$ i $b = \sqrt{3}$, to iloczyn $a \cdot b$ jest równy:

- A. 3 B. 9 C. $\sqrt[3]{81}$ D. $9\sqrt{3}$

Zad 5.(1pkt) Rozwiązaniem równania $\frac{x-3}{2-x} = \frac{1}{2}$ jest liczba:

- A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{8}{3}$

Zad6.(1pkt) Dana jest funkcja $f(x)=x^2-3x$.Wzór funkcji, której wykres powstaje przez symetrię osiową względem osi OX, to:

- A. $y = -x^2-3x$ B. $y = -x^2+3x$ C. $y = x^2-3x$ D. $y = x^2+3x$

Zad7.(1pkt) Liczba 1 jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = (2-m)x+1$. Wynika stąd, że:

- A. $m=3$ B. $m = 2$ C. $m=1$ D. $m=0$

Zad8.(1pkt) Prosta o równaniu $y = a$ ma dokładnie jeden punkt wspólny z wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = -x^2 + 6x - 10$. Wynika stąd, że:

- A. $a = -3$ B. $a = -1$ C. $a=0$ D. $a=3$

Zad9. (1pkt) Wskaż równanie prostej równoległej do prostej o równaniu $y = 2x - 7$.

- A. $y = -2x + 7$ B. $y = -\frac{1}{2}x + 5$ C. $y = \frac{1}{2}x + 2$ D. $y = 2x - 1$

Zad10.(1pkt) Które z równań opisuje prostą prostopadłą do prostej o równaniu $y = 4x + 3$?

- A. $y = -4x + 5$ B. $y = -\frac{1}{4}x + 5$ C. $y = \frac{1}{4}x + 5$ D. $y = 4x$

Zad11.(1pkt) Suma $2 + 4 + 6 + \dots + 102$ jest równa:

- A. 2601 B. 2580 C. 2652 D. 2600

Zad12.(1pkt) Liczby $x - 1$, 4 i 8(w podanej kolejności) są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Wówczas liczba x jest równa:

- A. -7 B. 1 C. -1 D. 3

Zad13.(1pkt) Dany jest ciąg geometryczny (a_n) o wszystkich wyrazach dodatnich . Jeśli $a_1 = 5$ oraz $a_3 = 2a_2$, to wzorem ogólnym tego ciągu jest:

- A. $a_n = -5 \cdot 2^n$ B. $a_n = 2^n$ C. $a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$ D. $a_n = 5^n$

Zad14.(1pkt) Jeśli α jest kątem ostrym i $\sin \alpha = \frac{1}{4}$, to:

- A. $\cos \alpha < \frac{3}{4}$ B. $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{13}}{4}$ D. $\cos \alpha > \frac{\sqrt{13}}{4}$

Zad15.(1pkt) Jeśli człowiek widzi wierzchołek 100-metrowego komina pod kątem 45° w stosunku do poziomu , to jego odległość od komina wynosi:

- A. 100m B. 150 m C. 200m D.250m

Zad16. (1pkt) Kąt środkowy i kąt wpisany są oparte na tym samym łuku. Suma ich miar jest równa 180° . Jaka jest miara kąta środkowego?

- A. 135° B. 120° C. 90° D. 60°

Zad17. (1pkt) W trójkącie równoramiennym ABC dane są $|AC| = |BC| = 8$ oraz $|AB| = 10$. Wysokość opuszczona z wierzchołka C jest równa:

- A. $\sqrt{39}$ B. $\sqrt{8}$ C. 6 D. 5

Zad18. (1pkt) Dane są dwa okręgi opisane równaniami $(x+2)^2 + y^2 = 4$ i $x^2 + (y-2)^2 = 9$. Odległość między środkami tych okręgów jest równa:

- A. $\sqrt{13}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. 9

Zad19.(1pkt) Drut o długości 27 m pocięto na trzy części, których stosunek długości jest równy 2:3:4. Jaka długość ma najkrótsza z tych części?

- A. 4,5m B. 9m C. 6,75m D. 6m

Zad20.(1pkt) Punkty $A=(-1,3)$ i $C=(7,9)$ są przeciwległymi wierzchołkami prostokąta ABCD. Promień okręgu opisanego na tym prostokącie jest równy:

- A. $3\sqrt{2}$ B. 5 C. $6\sqrt{2}$ D. 10

Zad21. (1pkt) Mediana danych 0, 1, 1, 2, 3, 1 jest równa:

- A. 2,5 B. 2 C. 1,5 D. 1

Zad22.(1pkt) Uczeń otrzymał z sześciu sprawdzianów z biologii następujące oceny: 3, 2, x, 4, 2, 5. Jeśli średnia arytmetyczna tych ocen jest równa 3,5, to:

- A. $x=2$ B. $x=3$ C. $x=4$ D. $x=5$

Zad23(1pkt) Ze zbioru liczb $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$ wybieramy losowo jedną liczbę. Liczba p jest prawdopodobieństwem, że otrzymana liczba jest podzielna przez 2 lub 3. Wówczas:

- A. $p=\frac{3}{11}$ B. $p=\frac{7}{11}$ C. $p=\frac{8}{11}$ D. $p=\frac{9}{11}$

Zad24.(1pkt) Wysokość ostrosłupa jest równa 8, podstawą ostrosłupa jest romb o przekątnych $d_1=6$, $d_2=4$. Objętość tego ostrosłupa jest równa:

- A. 16 B. 48 C. 96 D. 32

Zad25.(1pkt) Pole powierzchni bocznej stożka jest równe 50π , a tworząca l jest dłuższa od promienia r podstawy o 5. Dla stożka spełniony jest warunek:

- A. $l=10$ B. $l=5$ C. $r=10$ D. $r=6$

ZADANIA OTWARTE

Zad26. (2pkt) Wykaż, że $\frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{2}} = \sqrt{4-\sqrt{7}}$

Zad27. (2pkt) Rozwiąż nierówność:

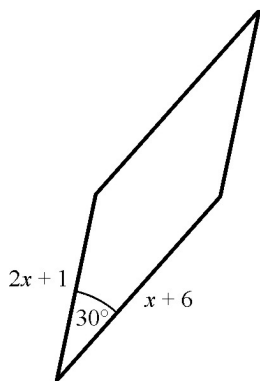
$$\frac{4-6x-x^2}{(x+3)^2} \geq 0$$

Zad28. (2pkt) Wykaż, że jeżeli ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym, to $a_n = \frac{a_{n+k} + a_{n-k}}{2}$,
gdzie $k < n$.

Zad29. (2pkt) Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = \left| \frac{2-x}{x+2} \right|$.

Zad30. (2pkt) W trójkącie prostokątnym stosunek długości przyprostokątnych wynosi $2 : 3$.
Oblicz stosunek długości odcinków, na które dzieli przeciwprostokątną tego trójkąta
wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta prostego.

Zad31. (5pkt) Pole przedstawionego na rysunku równoległoboku jest równe
 20 cm^2 . Wyznacz wartość x , a następnie oblicz obwód równoległoboku.



Zad32. (3pkt) Rozwiąż nierówność $2 \cos x - 1 > 0$ dla $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$.

Zad33. (3pkt) Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, \dots, 2n+1\}$, gdzie $n \in N_+$, losujemy trzy liczby. Dla
jakich n prawdopodobieństwo wylosowania trzech liczb, których suma jest liczbą parzystą,
jest większe od $\frac{17}{33}$?

Zad34. (4pkt) W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź podstawy ma długość 12,
zaś krawędź boczna tworzy z wysokością ostrosłupa kąt o mierze 45° . Oblicz pole
powierzchni całkowitej ostrosłupa.