

# KONKURS MATEMATYCZNY POWIATOWY

## MISTRZ MATEMATYKI

23 LUTEGO 2011 r.

### POZIOM PODSTAWOWY

GODZINA: 10.00

CZAS TRWANIA KONKURSU: 170 MINUT

#### ZADANIA ZAMKNIĘTE

**Zad1.(1pkt)** Wartość wyrażenia  $\sqrt{\left((1-\sqrt{3})\right)^2} + \sqrt{\left((1+\sqrt{3})\right)^2}$  jest równa:

- A. 2                      B.  $2\sqrt{3}$                       C.  $-2\sqrt{3}$                       D. -2

**Zad2. (1pkt)** Liczba y to 120% liczby x. Wynika stąd, że :

- A.  $y = x+0,2$                       B.  $y = x+0,2x$                       C.  $x = y-0,2$                       D.  $x = y-0,2y$

**Zad3.(1pkt)** Liczba  $\log_2 24$  jest równa :

- A.  $2 \log_2 + \log_2 20$                       B.  $\log_2 6 + 2 \log_2 2$                       C.  $2 \log_2 6 - \log_2 12$                       D.  $\log_2 30 - \log_2 6$

**Zad4.(1pkt)** Jeśli  $a = \sqrt[3]{27}$  i  $b = \sqrt[3]{3}$ , to iloczyn  $a \cdot b$  jest równy:

- A.3                      B.9                      C.  $\sqrt[3]{81}$                       D.  $9\sqrt[3]{3}$

**Zad 5.(1pkt)** Rozwiązaniem równania  $\frac{x-3}{2-x} = \frac{1}{2}$  jest liczba:

- A.  $-\frac{4}{3}$                       B.  $-\frac{3}{4}$                       C.  $\frac{3}{8}$                       D.  $\frac{8}{3}$

**Zad6.(1pkt)** Dana jest funkcja  $f(x)=x^2-3x$ . Wzór funkcji, której wykres powstaje przez symetrię osiową względem osi OX, to:

- A.  $y = -x^2-3x$                       B.  $y = -x^2+3x$                       C.  $y = x^2-3x$                       D.  $y = x^2+3x$

**Zad7.(1pkt)** Liczba 1 jest miejscem zerowym funkcji liniowej  $f(x) = (2-m)x+1$ . Wynika stąd, że:

- A.  $m=3$                       B.  $m = 2$                       C.  $m=1$                       D.  $m=0$

**Zad8.(1pkt)** Prosta o równaniu  $y = a$  ma dokładnie jeden punkt wspólny z wykresem funkcji kwadratowej  $f(x) = -x^2 + 6x - 10$ . Wynika stąd, że:

- A.  $a = -3$                       B.  $a = -1$                       C.  $a=0$                       D.  $a=3$

**Zad9. (1pkt)** Wskaż równanie prostej równoległej do prostej o równaniu  $y = 2x - 7$ .

- A.  $y = -2x + 7$       B.  $y = -\frac{1}{2}x + 5$       C.  $y = \frac{1}{2}x + 2$       D.  $y = 2x - 1$

**Zad10.(1pkt)** Które z równań opisuje prostą prostopadłą do prostej o równaniu  $y = 4x + 3$ ?

- A.  $y = -4x + 5$       B.  $y = -\frac{1}{4}x + 5$       C.  $y = \frac{1}{4}x + 5$       D.  $y = 4x$

**Zad11.(1pkt)** Suma  $2 + 4 + 6 + \dots + 102$  jest równa:

- A. 2601      B. 2580      C. 2652      D. 2600

**Zad12.(1pkt)** Liczby  $x - 1$ , 4 i 8( w podanej kolejności ) są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Wówczas liczba  $x$  jest równa:

- A. -7      B. -1      C. 1      D. 3

**Zad13.(1pkt)** Dany jest ciąg geometryczny  $(a_n)$  o wszystkich wyrazach dodatnich . Jeśli  $a_1 = 5$  oraz  $a_3 = 2a_2$ , to wzorem ogólnym tego ciągu jest:

- A.  $a_n = -5 \cdot 2^n$       B.  $a_n = 2^n$       C.  $a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$       D.  $a_n = 5^n$

**Zad14.(1pkt)** Jeśli  $\alpha$  jest kątem ostrym i  $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ , to:

- A.  $\cos \alpha < \frac{3}{4}$       B.  $\cos \alpha = \frac{3}{4}$       C.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{13}}{4}$       D.  $\cos \alpha > \frac{\sqrt{13}}{4}$

**Zad15.(1pkt)** Jeśli człowiek widzi wierzchołek 100-metrowego komina pod kątem  $45^\circ$  w stosunku do poziomu , to jego odległość od komina wynosi:

- A. 100m      B. 150 m      C. 200m      D.250m

**Zad16. (1pkt)** Kąt środkowy i kąt wpisany są oparte na tym samym łuku. Suma ich miar jest równa  $180^\circ$ . Jaka jest miara kąta środkowego?

- A.  $135^\circ$       B.  $120^\circ$       C.  $90^\circ$       D.  $60^\circ$

**Zad17. (1pkt)** W trójkącie równoramiennym ABC dane są  $|AC| = |BC| = 8$  oraz  $|AB| = 10$ . Wysokość opuszczona z wierzchołka C jest równa:

- A.  $\sqrt{39}$       B.  $\sqrt{8}$       C. 6      D. 5

**Zad18. (1pkt)** Dane są dwa okręgi opisane równaniami  $(x+2)^2 + y^2 = 4$  i  $x^2 + (y-2)^2 = 9$ . Odległość między środkami tych okręgów jest równa:

- A.  $\sqrt{13}$       B.  $2\sqrt{2}$       C. 4      D. 9

**Zad19.(1pkt)** Drut o długości 27 m pocięto na trzy części, których stosunek długości jest równy 2:3:4. Jaka długość ma najkrótsza z tych części?

- A. 4,5m                      B. 6m                      C. 6,75m                      D. 9m

**Zad20.(1pkt)** Punkty  $A=(-1,3)$  i  $C=(7,9)$  są przeciwległymi wierzchołkami prostokąta ABCD. Promień okręgu opisanego na tym prostokącie jest równy:

- A.  $3\sqrt{2}$                       B. 5                      C.  $6\sqrt{2}$                       D. 10

**Zad21. (1pkt)** Mediana danych 0, 1, 1, 2, 3, 1 jest równa:

- A. 2,5                      B. 2                      C. 1,5                      D. 1

**Zad22.(1pkt)** Uczeń otrzymał z sześciu sprawdzianów z biologii następujące oceny: 3, 2, x, 4, 2, 5. Jeśli średnia arytmetyczna tych ocen jest równa 3,5, to:

- A.  $x=2$                       B.  $x=3$                       C.  $x=4$                       D.  $x=5$

**Zad23.(1pkt)** Ze zbioru liczb  $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$  wybieramy losowo jedną liczbę. Liczba p jest prawdopodobieństwem, że otrzymana liczba jest podzielna przez 2 lub 3. Wówczas:

- A.  $p=\frac{3}{11}$                       B.  $p=\frac{7}{11}$                       C.  $p=\frac{8}{11}$                       D.  $p=\frac{9}{11}$

**Zad24.(1pkt)** Wysokość ostrosłupa jest równa 8, podstawą ostrosłupa jest romb o przekątnych  $d_1=6$ ,  $d_2=4$ . Objętość tego ostrosłupa jest równa:

- A. 16                      B. 48                      C. 96                      D. 32

**Zad25.(1pkt)** Pole powierzchni bocznej stożka jest równe  $50\pi$ , a tworząca l jest dłuższa od promienia r podstawy o 5. Dla stożka spełniony jest warunek:

- A.  $l=10$                       B.  $l=5$                       C.  $r=10$                       D.  $r=6$

## ZADANIA OTWARTE

**Zad26. (2pkt)** Dla jakich wartości  $m$  miejscem zerowym funkcji  $f(x) = 3x - 5m + 1$  jest liczba dodatnia?

**Zad27. (2pkt)** Rozwiąż równanie:

$$2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 3x = 0$$

**Zad28. (2pkt)** Dana jest funkcja:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x \in (-\infty; -1) \\ x^2 & \text{dla } x \in \langle -1; \infty \rangle \end{cases}.$$

Naszkicuj wykres funkcji  $g(x) = f(x-2) + 1$ .

**Zad29. (2pkt)** Powierzchnia pewnego mieszkania w skali 1 : 200 wynosi  $16 \text{ cm}^2$ . Oblicz rzeczywistą powierzchnię mieszkania.

**Zad30. (2pkt)** Wykaż, że jeżeli  $A, B \subset \Omega$  są zdarzeniami takimi, że  $P(A) \leq \frac{4}{5}$  i  $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ , to  $P(A \setminus B) \leq \frac{7}{15}$ .

**Zad31. (3pkt)** Pewna firma produkuje pędzle. Funkcja  $f(x) = 0,6x + 150$  opisuje dzienny koszt działalności firmy w zależności od liczby  $x$  wyprodukowanych pędzli (150 zł to koszty stałe). Funkcja  $h(x) = 1,15x$  opisuje dzienny przychód ze sprzedaży pędzli. Ile pędzli dziennie należy wyprodukować, przy założeniu, że wszystkie zostaną sprzedane, aby dzienna produkcja przynosiła co najmniej 200 zł zysku?

**Zad32. (3pkt)** Po remoncie nawierzchni średnia prędkość samochodu jadącego z miejscowości A do B wzrosła o  $15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , a czas przejazdu skrócił się o 40 minut. Oblicz, z jaką średnią prędkością jeżdżą teraz tą trasą samochody, jeśli miejscowości są oddalone od siebie o 200 km.

**Zad33. (5pkt)** Suma sześciu początkowych wyrazów rosnącego ciągu geometrycznego jest dziewięć razy większa od sumy jego trzech początkowych wyrazów. Jeśli do pierwszego i drugiego wyrazu tego ciągu dodamy 3, a trzeci wyraz pozostawimy bez zmiany, to otrzymane trzy liczby utworzą ciąg arytmetyczny. Wyznacz wzór ogólny ciągu geometrycznego.

**Zad34. (4pkt)** Przekątna graniastosłupa prawidłowego czworokątnego o krawędzi podstawy 4 jest nachylona do ściany bocznej pod kątem  $30^\circ$ . Oblicz objętość tego graniastosłupa.