

# KONKURS MATEMATYCZNY POWIATOWY

**MISTRZ MATEMATYKI**

**23 LUTEGO 2011 r.**

**POZIOM ROZSZERZONY**

**GODZINA: 10.00**

**CZAS TRWANIA KONKURSU: 170 MINUT**

## KLUCZ PUNKTOWANIA ODPOWIEDZI

### ZADANIA ZAMKNIĘTE

<b>Nr zad.</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
<b>Odpowiedź</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>A</b>	<b>D</b>	<b>B</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>D</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>C</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>D</b>	<b>B</b>	<b>D</b>	<b>D</b>	<b>B</b>	<b>D</b>	<b>A</b>

### ZADANIA OTWARTE

#### Zad26. (2pkt)

Zastosowanie poprawnej metody do uzasadnienia podanej równości	1
Poprawne uzasadnienie podanej równości, np.: $L^2 = \left( \frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{8-2\sqrt{7}}{2} = 4-\sqrt{7}$ $P^2 = \left( \sqrt{4-\sqrt{7}} \right)^2 = 4-\sqrt{7}$ <p>Ponieważ kwadrat lewej strony równości jest równy kwadratowi prawej strony i obie strony są dodatnie, więc równość <math>L = P</math> jest prawdziwa.</p>	1

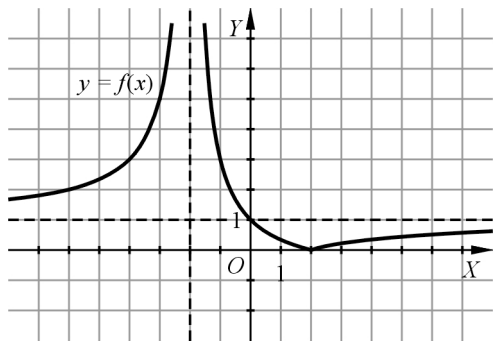
**Zad27. (2pkt)**

Zauważenie, że dana nierówność jest równoważna nierówności $4 - 6x - x^2 \geq 0$ dla $x \neq -3$	1
Rozwiązanie nierówności i podanie odpowiedzi: $x \in \langle -3 - \sqrt{13}; -3 \rangle \cup \langle -3; -3 + \sqrt{13} \rangle$	1

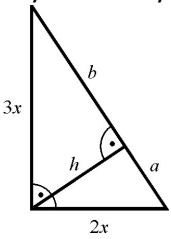
**Zad28. (2pkt)**

Wykorzystanie wzoru ogólnego ciągu arytmetycznego do zapisania wyrazów $a_{n+k}$ i $a_{n-k}$	1
Uzasadnienie tezy	1

**Zad29. (2pkt)**

Naszkicowanie wykresu funkcji $g(x) = \frac{2-x}{x+2}$	1
Naszkicowanie wykresu funkcji $f(x) = \frac{2-x}{ x+2 }$ : 	1

**Zad30. (2pkt)**

Wykonanie rysunku pomocniczego, uzasadnienie i wykorzystanie podobieństwa trójkątów 	1
Zapisanie odpowiednich proporcji: $\frac{3x}{2x} = \frac{h}{a}, \text{ stąd } a = \frac{2}{3}h$ $\frac{2x}{3x} = \frac{h}{b}, \text{ stąd } b = \frac{3}{2}h$ zatem szukany stosunek wynosi $\frac{4}{9}$ lub $\frac{9}{4}$	1

**Zad31. (5pkt)**

Zapisanie równania: $(2x+1)(x+6)\sin 30^\circ = 20$	1
Doprowadzenie równania do postaci: $2x^2 + 13x - 34 = 0$	1
Rozwiązanie równania: $x = -8,5$ lub $x = 2$	1
Odrzucenie $x = -8,5$	1
Obliczenie długości boków równoległoboku: 5 cm i 8 cm oraz obliczenie jego obwodu: 26 cm	1

**Zad32. (3pkt)**

Zapisanie nierówności w postaci $\cos x > \frac{1}{2}$	1
Rozwiązanie nierówności i podanie odpowiedzi: $x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{3}; 2\pi\right)$  <i>Uwaga: Jeżeli uczeń popełni jeden błąd przy określaniu końców przedziałów, to przyznajemy 1 punkt.</i>	2

**Zad33. (3pkt)**

Wyznaczenie $\overline{\Omega} : \overline{\Omega} = \binom{2n+1}{3}$ oraz zauważenie, że suma trzech liczb jest liczbą parzystą, gdy wszystkie wylosowane liczby są parzyste lub gdy dwie z nich są nieparzyste i jedna parzysta	1
Wyznaczenie liczby zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A – wylosowano trzy liczby, których suma jest liczbą parzystą i zapisanie nierówności $\frac{\binom{n}{3} + \binom{n+1}{2} \cdot n}{\binom{2n+1}{3}} > \frac{17}{33}$	1
Rozwiązanie nierówności: $n \in \{1, 2, 3, 4\}$	1

**Zad34. (4pkt)**

Obliczenie długości wysokości podstawy ostrosłupa: $h = 6\sqrt{3}$	1
Obliczenie długości wysokości ostrosłupa: $H = 4\sqrt{3}$	1
Obliczenie wysokości ściany bocznej ostrosłupa: $h_1 = 2\sqrt{15}$	1
Obliczenie pola powierzchni całkowitej ostrosłupa: $P_b = 36\sqrt{3}(1 + \sqrt{5})$	1